

# Задачи по теории массового обслуживания

1. В справочной службе вокзала железной дороги стоит телефон с пятью каналами. Приходящий вызов получает отказ тогда, когда все каналы заняты. Пусть среднее время занятости одного канала составляет 1 минуту. Интенсивность поступающих вызовов составляет  $0,1 \text{ мин}^{-1}$ . Требуется найти вероятность отказа и относительную пропускную способность.

2. На железнодорожной станции находятся три кассы для продажи билетов на поезд дальнего следования. Когда все кассы заняты, пассажиры встают в очередь. Длина очереди не может превышать 50 человек. Среднее время обслуживания в одной кассе составляет 5 минут. Пассажиры прибывают на станцию для покупки билетов в среднем по два человека в минуту. Найти вероятность отказа и общее количество человек (требований), находящихся в системе.

3. Для условия задачи 1 найти вероятность обслуживания вызова, а также вероятность поступления одного вызова.

4. На железнодорожной станции имеется пять путей для обслуживания прибывающих железнодорожных составов. Интенсивность прибытия железнодорожных составов равна 15 составов в час. Среднее время обслуживания одного состава 20 минут. Предполагается, что очередь ожидающих обслуживания поездов может быть неограниченной длины. Найти вероятность занятости всех пяти путей железнодорожной станции и среднее время обслуживания состава.

5. Программист обслуживает вычислительный центр из 50 вычислительных машин (ВМ). В среднем ВМ дает сбой  $0,05 \text{ час}^{-1}$ . Процесс наладки занимает в среднем 45 минут. Требуется определить абсолютную пропускную способность наладки ВМ программистом.

6. В локомотивном депо обслуживается 100000 железнодорожных вагонов. Каждый вагон в среднем подлежит ремонту один раз в два года. На ремонт вагона затрачивается в среднем 5 дней. Найти вероятность того, что депо занято обслуживанием вагонов.

7. Сервис-центр занимается посреднической деятельностью по продаже железнодорожных билетов и осуществляет часть своей деятельности по 3 телефонным линиям. В среднем в сервис-центр поступает 75 звонков в час. Среднее время обслуживания каждого звонка составляет 2 минуты. Определить вероятность того, что ни один канал не занят, а также вероятность отказа.

8. Преподаватель производит прием экзамена у группы студентов из 23 человек, пришедших в течение одной минуты. Время приема экзамена у одного студента в среднем составляет 20 мин. Студенты, ждущие приема экзамена, находятся в очереди. Определить среднее время ожидания студентом приема экзамена.

9. Для условия задачи 7 определить вероятность занятости одного и двух каналов телефонной линии.

10. В вагоне-ресторане интенсивность обслуживания клиентов в среднем составляет 20 человек в час. Обслуживанием клиентов занимаются два официанта, при этом среднее время обслуживания одного клиента составляет 10 минут. Среднее количество клиентов, покинувших очередь, не дождавшихся обслуживания, составляет 2 человека в час. Определить абсолютную пропускную способность вагона-ресторана.

11. Для условия задачи 7 определить абсолютную пропускную способность сервисного центра.

12. В читальный зал государственной библиотеки, которая имеет 30 посадочных мест, приходят посетители с интенсивностью 20 человек в час. Время пребывания каждого посетителя в среднем составляет 2 часа. Определить вероятность отказа посетителю в читальном зале и среднее число занятых посадочных мест.

13. Абонентский отдел библиотеки обслуживают 3 библиотекаря. Время обслуживания одним библиотекарем читателя в среднем составляет 5 минут. Интенсивность посещения читателями библиотеки составляет 4 человека в минуту. Если в момент прихода читателя все библиотекари заняты, то он встает в очередь. Требуется определить среднее число читателей, ожидающих начала обслуживания и время их пребывания в очереди.

14. Поток заданий в 4-процессорном компьютере является простейшим с интенсивностью 1000 заданий в минуту. Среднее время обработки задания каждым процессором составляет 3 секунды. Если при поступлении задания все процессоры заняты, то задание помещается в очередь (очередь не ограничена). Требуется определить среднюю длину очереди и среднее число занятых процессоров.

15. В компьютерном классе установлен один принтер, скорость печати которого в среднем составляет 2 страницы в минуту. Печать начинается сразу после поступления файла на порт принтера. Среднее время между поступлениями файлов на принтер составляет 1 минуту. Если в момент поступления файла на печать принтер занят, то задания выстраиваются в неограниченную очередь. Требуется определить среднюю длину очереди и общее время пребывания файлов в очереди, если каждый файл в среднем содержит по 5 страниц.

16. На базу данных (БД) сервера железной дороги поступает 10 запросов в секунду. Среднее время обработки каждого запроса составляет 1 секунду. Запрос, поступивший в момент обработки предыдущего запроса, становится в очередь. Определить вероятность наличия очереди и суммарное время, которое проведут запросы до обслуживания.

17. На железнодорожной станции расположена гостиница, в которой имеется 20 мест. Посетитель в случае занятости мест уходит в другую гостиницу. Среднее время снятия гостиницы клиентом составляет 8 часов. Интенсивность потока поступления клиентов составляет 5 человек в час. Определить вероятность отказа и абсолютную пропускную способность данной гостиницы.

18. На телефонной станции железной дороги имеются три линии. Вызов, поступивший, когда все линии заняты, получает отказ. Поток вызовов является пуассоновским с интенсивностью 0,5 вызовов в минуту. Время обслуживания распределено по экспоненциальному закону и в среднем продолжительность разговора составляет 3 минуты. Найти вероятность отказа, относительную и абсолютную пропускные способности и долю свободного времени, приходящегося в среднем на каждую линию.

19. Четырехканальный концентратор имеет буфер емкостью 10 Мб. Пакеты данных поступают на концентратор с интенсивностью 51 пакетов в секунду. Пакеты, поступившие в момент, когда заняты все каналы, выстраиваются в очередь в буфере обмена, если он занят – получают отказ. Средняя скорость одного канала 256 Кб в секунду. Определить абсолютную пропускную способность канала концентратора при среднем размере пакета 2 Кб.

20. Два рабочих обслуживают группу из четырех станков. Остановка рабочего станка происходит в среднем через 30 минут. Время работы и время наладки распределено по экспоненциальному закону. Найти среднюю долю свободного времени для каждого рабочего и среднее время работы станка.

21. Для условия задачи 19 определить вероятность отказа передачи пакета и среднее число свободных каналов концентратора, если средний размер сообщения составляет 5 Кб.

22. Рассмотрим две рядом стоящие телефонные кабины, общая очередь перед которыми не бывает более трех человек («лишние» уходят к другим кабинам). Поток людей, желающих позвонить по телефону, является простейшим и имеет интенсивность 15 человек в час. Время, проводимое людьми в кабине, распределено по экспоненциальному закону и составляет в среднем 3 минуты. Найти среднюю долю времени, когда свободна одна кабина; вероятность того, что человеку придется искать другую кабину.

23. Для условия задачи 20 найти заданные характеристики системы, в которой два рабочих всегда обслуживают станок вместе, причем с двойной интенсивностью.

24. В буфете железнодорожной станции обслуживают клиентов два продавца. Интенсивность обслуживания одним продавцом составляет 0,5 человека в минуту. Посетители приходят в буфет со средним интервалом в 1 минуту. Если в момент прихода клиента все продавцы заняты, клиент встает в очередь, которая не может превышать 5 человек. Посетитель, не попавший в очередь, уходит в другой буфет. Определить вероятность отказа посетителю в обслуживании и среднее время ожидания в очереди.

25. Железнодорожный пропускной таможенный пункт состоит из трех линий досмотра. Время досмотра одного железнодорожного состава на линии досмотра в среднем составляет 4 часа. Интенсивность прибывающих составов составляет 2 состава в час. В случае занятости всех линий досмотра прибывший состав ставится на запасной путь. Определить абсолютную пропускную способность таможенного пункта и среднее время простоя линий досмотра.

26. Железнодорожная сортировочная горка, на которую подается простейший поток составов с интенсивностью 2 состава в час, представляет собой СМО с неограниченной очередью. Время обслуживания (ропуска) состава на горке имеет показательное распределение со средним значением времени 20 мин. Найти среднее число составов в очереди, среднее время пребывания состава в СМО, среднее время пребывания состава в очереди.

27. Автозаправочная станция (АЗС) имеет две колонки. Площадка возле нее допускает одновременное ожидание не более четырех машин. Поток машин, прибывающий на станцию, простейший с интенсивностью 1 машина в минуту. Время обслуживания автомашины распределено по показательному закону со средним значением 2 минуты.

Найти для АЗС финальные вероятности состояния для 1, 2, 3 и 4-х машин, абсолютную пропускную способность и вероятность отказа в обслуживании.

28. Имеется двухканальная простейшая СМО с отказами. На ее вход поступает поток заявок с интенсивностью 4 заявки в час. Среднее время обслуживания одной заявки 0,8 ч. Каждая обслуженная заявка приносит доход в 4 рубля. Содержание каждого канала обходится 2 руб. в час. Решить: выгодно или не выгодно в экономическом отношении увеличить число каналов СМО до трех, если доход от заявок находится из соотношения  $D=Ac$ , где  $c$  – доход от обслуженной заявки,  $A$  – абсолютная пропускная способность СМО.

29. В зубоорачебном кабинете три кресла, а в коридоре имеются три стула для ожидания приема. Поток клиентов распределен по простейшему закону с интенсивностью 12 клиентов в час. Время обслуживания клиента распределено показательно со средним значением 20 минут. Если все три стула в коридоре заняты, клиенты в очередь не становятся. Определить среднее число клиентов, обслуживаемых кабинетом за час, среднюю долю обслуженных клиентов из числа пришедших и среднее время, которое клиент проведет в коридоре и в кабинете.

30. Билетную кассу с одним окошком представим как СМО с неограниченной очередью. Касса продает билеты в пункты А и В; пассажиров, желающих купить билет в пункт А, приходит в среднем трое за 20 минут, а в пункт В – двое за 20 минут. Поток пассажиров можно считать простейшим. Кассир в среднем обслуживает трех пассажиров за 10 минут. Время обслуживания распределено по показательному закону. Установить, существуют ли финальные вероятности состояний СМО, и если да – вычислить первые три из них. Найти среднее число заявок в СМО, среднее время пребывания заявки в системе и среднее число заявок в очереди.

31. Железнодорожная касса имеет два окошка, в каждом из которых продаются билеты в два пункта: Москву и Петербург. Продажа билетов в оба направления одинакова по интенсивности, которая равна 0,45 пассажиров в минуту. Среднее время обслуживания пассажира (продажи ему билета) 2 минуты. Поступило рационализаторское предложение: для уменьшения очередей (в интересах пассажиров) сделать обе кассы специализированными. В первой продавать билеты только в Петербург, а во второй – только в Москву. Считать все потоки событий простейшими. Требуется проверить разумность этого предложения.

32. Рассматривается простейшая двухканальная СМО с «нетерпеливыми» заявками. Интенсивность потока заявок 3 заявки в час; среднее время обслуживания одной заявки 1 час; средний срок, в течение которого заявка «терпеливо» стоит в очереди, равен 0,5 ч. Подсчитать финальные вероятности состояний, ограничиваясь теми, которые не меньше 0,001. Найти относительную и абсолютную пропускные способности.

33. Ремонтный мастер обслуживает группу из 8-ми кассовых автоматов по продаже билетов в пригородные поезда. Наблюдения показали, что в среднем автомат требует вмешательства мастера раз в 2 ч. Поток требований на ремонт – простейший. Устранение неполадок в автомате занимает в среднем 6 мин, причем время ремонта есть величина случайная, распределенная по показательному закону. Определить коэффициент простоя мастера и среднюю длину очереди автоматов на обслуживание.

34. АТС имеет 6 линий связи. Поток требований на переговоры – простейший с интенсивностью один вызов в минуту. Среднее время переговоров – 3 мин. Закон распределения времени показательный. Определить вероятность отказа и коэффициент загрузки линий связи.

35. На станции метро 5 кассовых аппаратов. Из наблюдений установили, что к этим пяти аппаратам подходят в среднем 60 человек в минуту. Время обслуживания будем считать распределенным по показательному закону, со средним временем обслуживания 4 сек. Найти вероятность того, что все аппараты свободны и среднее число людей, находящихся у аппаратов.

36. В камеру хранения вокзала, состоящую из 5-ти секций, поступает простейший поток требований в среднем 2 требования в минуту. Время обслуживания распределено по показательному закону и составляет в среднем 2 минуты. Время ожидания в очереди составляет в среднем 4 минуты и распределено по показательному закону. Определить среднюю длину очереди, среднее число занятых секций и относительную пропускную способность системы.

37. В железнодорожной поликлинике в кабинете флюорографии проходят прием в среднем 2 человека в минуту. Время приема распределено по показательному закону. Поток посетителей простейший с интенсивностью 5 человек в минуту. Очередь посетителей, ожидающих приема, не ограничена. Определить среднюю длину очереди и абсолютную пропускную способность кабинета флюорографии.

38. Железнодорожная сортировочная горка, на которую подаются простейший поток составов с интенсивностью 2 состава в час, представляет собой СМО с неограниченной очередью. Время обслуживания (ропуска) состава на горке имеет показательное распределение со средним значением времени 15 мин. Найти среднее число составов в очереди, среднее время пребывания состава в очереди, а также абсолютную пропускную способность сортировочной горки.

39. На базу данных (БД) сервера железной дороги поступает 10 запросов в секунду. Среднее время обработки каждого запроса составляет 1 секунду. Запрос, поступивший в момент обработки предыдущего запроса, становится в очередь. Определить вероятность наличия очереди, вероятность отсутствия запроса и коэффициент загрузки сервера.