

## Задачи по теории вероятностей

### 1. Статистический смысл вероятности

1-1. Летом 2004 года в Москве было 72 солнечных дня, а летом 2005 года 75 солнечных дней.

а) Какова относительная частота солнечных дней летом 2004 года?

б) Какова относительная частота солнечных дней летом 2005 года?

в) Какова вероятность, что 10 июня 2020 года в Москве будет солнечным?

г) Как изменится вероятность из пункта в), если дополнительно известно, что в июне 2010 года было 27 солнечных дней?

### 2. Классический способ подсчёта вероятности

2-1. Правильную игральную кость бросили 2 раза. Какова вероятность, что

а) хотя бы раз выпала тройка;

б) сумма очков больше трёх;

в) разность очков меньше двух?

2-2. Игрок случайным образом выбрал кость домино. Какова вероятность, что это

а) тройка;

б) дубль?

2-3. В ящике лежат 4 белых и 2 черных шара.

а) Случайным образом взяли 3 шара. Какова вероятность, что они одного цвета?

б) Случайным образом взяли 5 шаров. Какова вероятность, что среди них 2 черных?

2-4. В колоде две козырных карты и три не козырных. Игрок взял три карты. Какова вероятность, что среди них не менее одного козыря?

2-5. Из букв слова ПАРТА случайным образом взяли две и положили в ряд. Какова вероятность, что получилось слово ПА?

2-6. Маленький ребенок играет с карточками, на которых написаны буквы "Т", "О" и "Р". В некоторый момент времени он выложил их в ряд. Какова вероятность, что получилось осмысленное слово?

2-7. Какова вероятность, что случайно выбранное двузначное число

- а) делится на три;
- б) делится на семь;
- в) имеет сумму цифр большую 15?

2-8. Три шара случайным образом разложили по трем ящикам. Какова вероятность, что в первом белый, во втором черный, в третьем красный, если

- а) все ящики не пусты;
- б) если некоторые ящики могут быть пустыми?

2-9. Четыре шара, из которых белых ровно два, разложили по трем ящикам. Какова вероятность, что белые лежат в одном?

2-10. В первом ящике один белый и два черных шара. Во втором - два белых и два черных. Из первого во второй переложили шар. Затем из второго взяли шар. Какова вероятность, что он белый?

2-11. *Задача о наследовании признака.* Каждый из родителей имеет генотип Aa или AA с равной вероятностью. Какова вероятность, что ребенок имеет ген A, если один ген он наследует от матери, а другой от отца.

Комментарий. Принято считать, что обусловленный генетически признак соответствует наличию некоторого гена (А) в некоторой аллели. Причем второй ген этой аллели может быть любым. (Мы считаем что он А с вероятностью 0.5, что, в общем то, необязательно). Поэтому в задаче на самом деле спрашивается, какова вероятность, что ребенок унаследует признак, если каждый из родителей этим признаком обладает. При этом предложена некоторая математическая модель наследования. Интересно также рассмотреть другие модели. Например, если признак наличествует в случае гена А в одной аллели и гена В в другой, если вероятность для второго гена не 0,5 и т.п.

2-12. Участок сельскохозяйственных угодий имеет смысл орошать искусственно, если вероятность засушливого лета более 30 процентов. Лето считается засушливым, если из четырёх первых декад лета засушливы более трёх. Имеет ли смысл орошать участок, если для этого участка вероятность засушливой декады 50 процентов ?

### **3. Геометрические вероятности**

3-1. Пассажир, опаздывающий на поезд, подошел к автобусной остановке в 21 час 15 минут. Какова вероятность, что он успеет на поезд, если поезд отправляется в 21 час 50 минут, автобус идет до вокзала 15 минут, на посадку в поезд требуется 5 минут, а интервал движения автобуса 20 минут?

3-2. Какова вероятность, что два курьера встретятся на работе, если каждый из них бывает там в течении получаса в период от девяти до двенадцати часов дня?

3-3. Снаряд миномета попадает с равной вероятностью в любую точку круга радиуса 10 метров с центром в точке прицеливания. При этом он поражает все цели, находящиеся от него на расстоянии не более 7 метров. Какова вероятность поразить цель, находящуюся в точке прицеливания с одного выстрела?

3-4. Плоскость разграфлена параллельными линиями, находящимися друг от друга на расстоянии 5 сантиметров. На плоскость наудачу брошена монета

диаметром 2 сантиметра. Какова вероятность, что монета не пересечет ни одну из линий ?

3-5. *Задача Бюффона*. Плоскость разграфлена параллельными линиями находящимися друг от друга на расстоянии 3 сантиметра. На плоскость наудачу брошена игла длиной 3 сантиметра. Какова вероятность, что игла не пересечет ни одну из линий?

3-6. После аварии на химкомбинате произошел выброс вредных веществ, представляющий собой облако радиусом 400 метров . На расстоянии 5 км от завода находится детское учреждение.

Приблизительно можно считать, что центр облака осядет в любой точке находящейся от химкомбината на расстоянии не более 7 км с равной вероятностью. Немедленная эвакуация детей считается необходимой, если риск оказаться в зараженной территории превышает 3 процента. Является ли в описанной ситуации немедленная эвакуация необходимой?

## 4. Элементы комбинаторики

4-1. Выписать все размещения 6 элементов по 2 местам.

4-2. Выписать все перестановки четырёх элементов.

4-3. Выписать все сочетания из 6 элементов по 3.

4-4. Выписать все подмножества множества  $\{1,2,3,4,5\}$ , включая пустое. Сколько их всего? Сколько подмножеств содержат 0,1,2,3,4 и 5 элементов?

4-5. Группе из 10 студентов досталось три билета на престижную дискотеку. Сколькими способами их можно распределить?

4-6. Группа из 10 студентов должна выбрать старосту, профорга и культорга. Сколькими способами это можно сделать?

4-7. В танцевальном кружке 5 юношей и 5 девушек. Сколько имеется различных способов распределить их по парам?

4-8. Сколькими различными способами можно собрать гирлянду из пяти лампочек, если имеются лампочки трёх цветов и

лампочки расположенные рядом должны иметь разные цвета ?

4-9. В ящике находятся восемь белых и одиннадцать красных шаров. Случайным образом взяли шесть шаров. Какова вероятность, что среди них

а) четыре белых и два красных;

б) первые четыре белых, а последние два красных;

в) не менее четырех белых?

4-10. В ящике находятся шесть белых, семь черных и восемь красных шаров. Случайным образом взяли девять шаров. Какова вероятность, что среди них два белых, три черных и четыре красных?

4-11. В ящике находятся шесть белых, семь черных и восемь красных шаров. Случайным образом взяли два шара. Какова вероятность, что они будут разного цвета?

4-12. Из колоды 32 листа случайным образом берут две карты. Какова вероятность что они будут одной масти?

4-13. Студент знает 12 вопросов из 15. В билете 4 вопроса. Какова вероятность, что он ответит по крайней мере на 3 из них?

4-14. Из 25 билетов лотереи 6 выигрышных. Какова вероятность, что из 7 случайным образом выбранных билетов выиграют 3?

4-15. По плану мелиорации земель некоторого района планируется осушить 5 болот. На первом этапе мелиорации необходимо осушить 3 болота из 5.

Сколькими различными способами можно выбрать три болота для осушения на первом этапе ? Выпишите эти способы.