Матрица $\begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$ называется столбцом свободных членов.

д) $\begin{cases} 3x + 2y - 4z = -4 \\ 2x - 3y + 2z = 15 \\ 4x + 2y - 3z = -1 \end{cases}$

$\begin{cases} x + 5y - 6z = -19 \\ 2x - 3y + 2z = 15 \\ 4x + 2y - 3z = -1 \end{cases}$

$\begin{cases} x + 5y - 6z = -13 \\ -13y + 14z = 53 \\ 8y - zz = -3 \end{cases}$

$\begin{cases} x + 5y - 6z = -19 \\ 3y = -9 \\ 8y - 7z = -31 \end{cases}$

$y = -3$

$z = 1$

$x = 2$.

Ответ: $(x = 2;\ y = -3;\ z = 1)$

Определители порядка больше трёх.

В качестве определения определителя матрицы имеющей n строк и столбцов для $n \geq 3$ можно взять формулу.

$\det(A) = a_1 A_1 + a_{12} A_{12} + \dots + a_{14} A_{14}$ где

$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{15} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & & a_{2n} \\ a_{\dots} & & & & \\ a_{n1} & a_{m} & \dots & & a_{nn} \end{vmatrix} = \{a_{ij}\ i = 1\dots\ j = 1\dots 4\}$

$A_{ij} = (-1)^{i+j} \det(M_{ij})$, (*)

M_{ij} - минор ответствующий элемент a_{ij}, т.е матрица полученная из A вычеркиванием строки из столбца с номером j. и столбца с номером

Замечание. 1) Ф-ла (*) называется ф-лой разложения определителя по первой строке.
2) Ф-ла (*) позволяет вычислить определитель матрицы $n \cdot n$ мы знаем как вычислить определ матрицы $(n-1)*(n-1)$, т.к мы умеем вычислять определитель матр. $3*3$, то с помощью (*) можно вычислить определитель матрицы $n*n$ для любого n.

③ Замечание Ф-ла (*) верна и при $n=2$, $n=3$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} =$$

$$= a_{11}(-1)^{1+1}\det(M_{11}) + a_{12}(-1)^{1+2}(\det(M_{12}) =$$

$$= a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{21}(-1)^{1+2}\begin{vmatrix} a_{21} & \dots \\ a_{31} & \dots \end{vmatrix}$$

$$+ a_{31}(-1)^{3+1}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{12} \end{vmatrix}$$

Нетрудно убедиться что эта формула совпадает с рассмотренной ранее.

Пример

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 4 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 4 \end{vmatrix} + 3$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 4 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} =$$

$$= 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24.$$

Свойства определителей.

Если 2 строки или 2 столбца определителя поменять местами то определитель изменит знак.

2. Если строку и столбец определителя умножить на число, то значение определителя умножится на это число.

$$\begin{vmatrix} 52 & 64 \\ 27 & 81 \end{vmatrix} = 32 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 27 & 81 \end{vmatrix} = 32 \cdot 27 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 32 \cdot 27.$$

3. Если к строке (столбцу) определителя добавить другую строку (столбец) умноженную на число, то значение определителя не изменится.

4. Разложение определителя по строке (столбцу)

Утв. Справедливо разложение:

$$\det(A) = a_{k1}A_{k1} + a_{k2}A_{k2} + \dots + a_{kn}A_{kn},$$

$$\det(A) = a_{1k}A_{1k} + a_{2k}A_{2k} + \dots + a_{nk}A_{nk}$$

где $k = 1, 2, \dots, n$.

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = aei + bfg + cdh - ceg - afh - bdi$$

Для того чтобы доказать (1), (2) следует использовать другое определение определителя, котор[ое] явно записывает значение определителя через его элементы.