26/X-13

(11) Координаты точки и уравнения линии.

Опр. Набор $S=\{O; \bar{e}_x; \bar{e}_y; \bar{e}_z\}$ где O точка $\bar{e}_x, \bar{e}_y, \bar{e}_z$ три вектора не лежащих в одной плоскости назыв. системой координат. Известно, что для любой т. A найдутся числа $(x_A; y_A; z_A)$ такие, что

$$\overline{OA} = x_A\bar{e}_x + y_A\bar{e}_y + z_A\bar{e}_z$$

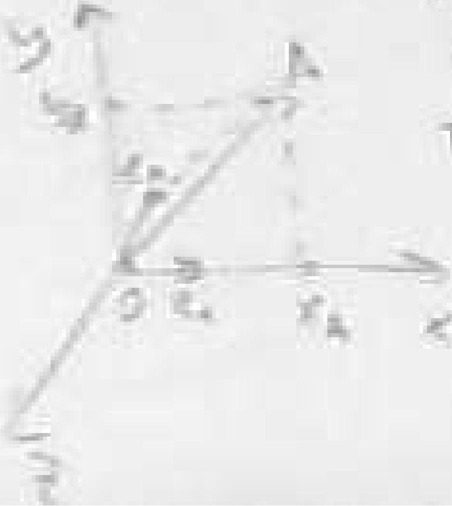
причём эти числа определяются единственным образом. Числа $(x_A; y_A; z_A)$ называются координатами точки A в систем S.

Опр. Система координат $S=\{O; \bar{e}_x; \bar{e}_y; \bar{e}_z\}$ называется ортонормированной, если

1) $\bar{e}_x \perp \bar{e}_y, \bar{e}_x \perp \bar{e}_z, \bar{e}_y \perp \bar{e}_z$

2) $|\bar{e}_x| = |\bar{e}_y| = |\bar{e}_z|$

Замечание. Прямые проходящие через т. O параллельно векторам $\bar{e}_x, \bar{e}_y, \bar{e}_z$ называются осями координат, т. O — началом координат.



Если $\{O; \bar{e}_x, \bar{e}_y, \bar{e}_z\}$ ортонормированная система, то

$x_A = Пр_{\bar{e}_x} \overline{OA}, \; y_A = Пр_{\bar{e}_y} \overline{OA}, \; \ldots$

26/X - 13

Координаты точки ... линии.

Замечание 2. На плоскости система координат имеет вид $\{O; \bar{e}_x, \bar{e}_y\}$ и каждая точка имеет две координаты.

Опр. Если множество точек удовлетворяющих уравнению (с двумя неизвестными) является линией, то данное уравнение

[яв]ляется уравнением этой линии, Говор[ят]
[так]же, что эта линия задана этим
[ур]авнением.

[Пр]имер 1. Уравнение $y = x$ является
уравнением биссектрисы первого
координатного угла (рис. 1)

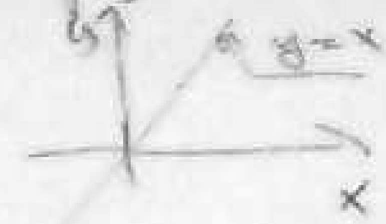
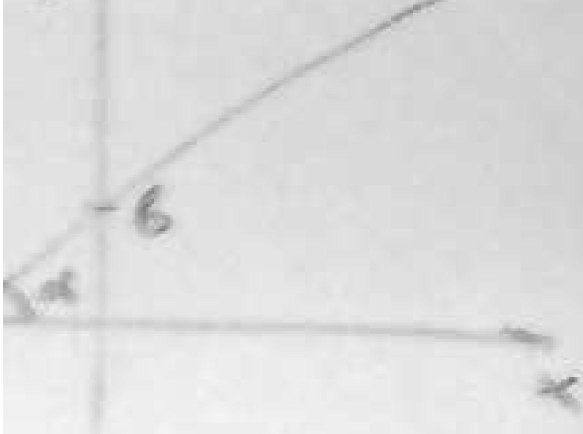


рис 1.

Пример 2. Уравнение
$y = x^2$ задает параб[олу]

[При]мер 3. Уравнение $y = kx + b$ при
любых чисел k и b задает прям[ую]



Замеч. Уравн. данного вида
назыв. уравнением
прямой с угловым
коэффициентом.

$k = \operatorname{tg} \alpha$

Расстояние между 2-мя точками

Ут. Если $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$, то

$$|AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y$$

Д-во

$$|AB| = |\overline{AB}| = |(x_B - x_A; y_B - y_A)| =$$

$$= \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Деление отрезка в данном отношении.

Ут. Пусть $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$ и

C лежит на отр AB, причём $\frac{|AC|}{|CB|} = \lambda$, т

$$x_C = \frac{x_A + \lambda x_B}{1 + \lambda}$$

$$y_C = \frac{y_A + \lambda y_B}{1 + \lambda}$$

Упр. Доказать используя то, что $\overline{AC} = \lambda \overline{CB}$

Пример. Найти точку пересечения медиан
$\triangle ABC$, если $A(1;0;-2)$; $B(3;-2;2)$; $C(2;5;$

Решение: Пусть AM – медиана, O – точка
пересечения медиан. Тогда $\frac{|BM|}{|MC|}=1$ потому

$$x_M=\frac{x_B+1\cdot x_C}{1+1}=\frac{3+2}{2}=\frac{5}{2}$$

Далее $\frac{|AO|}{|OM|}=2$, поэтому $x_O=\frac{x_A+2\cdot x_M}{1+2}=\frac{1+2\cdot\frac{5}{2}}{1+2}=2$

Аналогично $y_O=1$; $z_O=0$

Ответ: $(2;1;0)$.

Упр. Проверить.

3) Общее уравнение прямой.

Ут! При любых A, B и C таких, что
$A^2+B^2\neq0$) уравнение

$$Ax+By+C=0$$

задаёт прямую, перпендикулярную вектору $(\mathrm{N}$

Т 2. Прямая заданная уравнением

(*) $$Ax + By + (-Ax_0 - By_0) = 0$$

перпендикулярна вектору $\bar{n} = (A;B)$ и проходит через т. $(x_0;y_0)$.

<u>Пример</u>. Написать уравнение прямой проходящей через точки $(2;-3)$ и $(-1;5)$

Решение: Пусть $A(2;-3)$, $B(-1;5)$, тогда $\overline{AB} = (-3;8)$

Пусть $\bar{n} = (8;3)$, тогда $\bar{n} \perp \overline{AB}$ т.к. $\bar{n}\,\overline{AB} = (-3)8 + 8\cdot 3$

По утв. 2 прямая

$$8x + 3y + (-8\cdot 2 - 3\cdot(-3)) = 0$$

является искомой.

<u>Ответ</u>: $8x + 3y - 7 = 0$

<u>Д</u>-во утв. 2. Уравн. (*) эквив. уравн.

$$A(x-x_0) + B(y-y_0) = 0$$

т.е. перпендикулярн. в-в $(A;B)$ и $((x-x_0);(y-y_0))$.

т.е. $\overline{OX} \perp \bar{n}$